

2021 年度
青山学院大学
大学院理工学研究科理工学専攻

博士前期課程(9月)入学試験

機能物質創成コース 専門フロンティアプログラム

「専門科目」 問題冊子

受験番号：

氏名：

[注意事項]

1. 志願したコースの問題冊子であることを確認すること。
2. 本問題冊子は表紙を含めて全25枚である。
3. 問題冊子及び解答用紙一枚ごとに、受験番号と氏名を必ず記入すること。
4. 選択必須問題を1問、選択問題から2問の合計3問を解答すること。

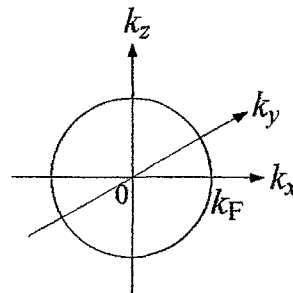
選択必須問題 右の3問の中から1問解答	1	物性物理学
	2	固体化学
	3	電子物性学
選択問題 右の15問の中から2問選択	4	力学(物理分野)
	5	電磁気学(物理分野)
	6	量子力学(物理分野)
	7	統計力学(物理分野)
	8	物理化学(化学分野)
	9	無機・分析化学(化学分野)
	10	有機化学(化学分野)
	11	電磁気学(電気電子分野)
	12	電気回路(電気電子分野)
	13	電波工学(電気電子分野)
	14	情報・通信工学(電気電子分野)
	15	電気電子計測(電気電子分野)
	16	電子回路(電気電子分野)
	17	制御工学(電気電子分野)
	18	パワーエレクトロニクス(電気電子分野)

5. 解答冊子、問題冊子とも全て回収するので、綴じたままにしておくこと。

1 物性物理学

1. 大きい金属の塊のなかの電子の状態を自由電子モデルで考える。

右図に3次元の k 空間で電子が $k = 0$ を中心とした半径 k_F の球の内部の状態を占めている様子を示した。温度は 0 K である。 k は波数で波長 λ とは $k = 2\pi/\lambda$ の関係にあり、一般に質量 m 、速さ v の粒子の運動は、 $\lambda = h/mv = h/p$ の波と等価である (h はプランク定数、 p は運動量)。設問 a-f に解答せよ。



- a. 電子の質量を m 、運動量を p としたとき、電子の運動エネルギー E は $E = p^2/2m$ である。 E を $m, \hbar (= h/2\pi), k$ を用いて表せ。
- b. フェルミエネルギー E_F を、 m, \hbar, k_F を用いて表せ。
- c. この球の内部で電子が占有できる状態の密度は一定で ρ とすると、半径 $k' (\leq k_F)$ の球内の状態数 N は $\frac{4}{3}\pi k'^3 \rho$ と書ける。つまり、 N は k'^3 に比例する。よって問題 a の関係より、 $N \propto E^A$ と書き直せる。 A を示せ。
- d. E の微小な範囲 ΔE にある状態数 $N(\Delta E)$ は、 $N \propto E^A$ の関係を E で微分すればよく、 $N(\Delta E) \propto E^B$ と表せる。 B を示せ。
- e. エネルギー E において電子が状態を占める確率 $f(E)$ を示すフェルミ-ディラックの分布関数を、以下に示した。ここでの k はボルツマン定数である。

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) + 1}$$

この式より、 E_F 近傍における電子占有確率の温度による変化を説明せよ。

- f. 時刻 $t = 0$ において、電場を $x(k_x)$ の正の向きに印加した。 $t = 0$ での電子占有状態を表していた球は時刻とともに k 空間でどのように変化し、十分に時間が経過した後どのような状態になっているか? オームの法則を考慮して解答せよ。

2. a-d から 1 問を選択し回答せよ。

- a. 原子番号 29 の金属銅が常磁性を示すのに対し原子番号 28 の金属ニッケルが強磁性を示す理由を説明せよ。図を用いてもよい。
- b. Jahn-Teller 効果による八面体配位子場における 3d 準位の分裂と八面体に歪みが生じる機構を説明せよ。図を用いてもよい。
- c. 超伝導体ではない金属の電気抵抗率の温度依存性を横軸に温度 (T)、縦軸に電気抵抗率 (ρ) をとったグラフに示せ。温度範囲は $0 \sim 300\text{ K}$ とする。また、不純物濃度が増加したとき $\rho-T$ 曲線はどのように変化するか説明せよ。
- d. 第 2 種超伝導体および永久磁石 (強磁性体) の典型的な磁化ヒステリシス曲線を横軸を磁場 (H)、縦軸を磁化 (M) としたグラフ上に描き、それぞれの特徴を説明せよ。

2 固体化学

下記の (1) ~ (4) のすべてを解説せよ。

- (1) X 線光電子分光 (XPS) によって、材料最表面の元素の組成分析や価数、化学結合状態の分析が可能である。それらの原理を解説せよ。
- (2) 走査型電子顕微鏡 (SEM) によって材料表面の解析が可能である。EPMA による組成比の解析も含めて原理を解説せよ。
- (3) X 線の全反射を測定することで薄膜の密度測定が可能である。原理を解説せよ。
- (4) エリプソメトリーにより、薄膜の誘電率の実数部と虚数部を解析することができる。原理を解説せよ。

3 電子物性学

以下の問にすべて答えよ。

1. 真性半導体の導電率の高低を決定する因子および導電率の温度依存性について、理由を添えて説明せよ。図を用いてもよい。
2. 金属の導電率の絶対値について決定する因子を挙げて説明せよ。

4 力学

一端が固定されたばね定数 k のばねに質量 m の質点がつながっている。質点の座標と速度をそれぞれを $x(t)$, $v(t)$ とする。

問1. 質点に速度の大きさに比例する抵抗力 $-\gamma v(t)$ が働いている。ここで γ は正の定数である。質点が減衰振動するために γ が満たさなければならない条件を求めよ。

問2. 質点が減衰振動していて、時刻 $t = 0$ で $x(t) = 0$, $v(t) = v_0$ であるとき、 $x(t)$ を求めよ。

問3. この質点に振動数 ω_e で振動する外力 $F(t) = A \cos \omega_e t$ を $t = 0$ から加えた。十分時間が経過した後の $x(t)$ を求めよ。

問4. 十分時間が経過した後の単位時間あたりに $F(t)$ が質点にする仕事

$$W = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{nT}^{(n+1)T} F(t)v(t)dt, \quad T = 2\pi/\omega_e \quad (1)$$

を求め、 ω_e に対する W のグラフを描け。

5 電磁気学

真空の誘電率を ϵ_0 、真空の透磁率 μ_0 として以下の問いに答えよ。

問1. 半径 a の球内に体積密度 ρ で電荷が一様に分布している。

- (1) 球の内外の電場の大きさを積分形の高スの法則を用いて求めよ。また球の中心からの距離 r と電場 $E(r)$ の関係をグラフに示せ。
- (2) 球の内外の静電ポテンシャルを求めよ。ただし、無限遠を基準点とする。

問2. 半径 a の円形の回路に電流 I が流れている。円の中心を原点とし、それに垂直な方向に z 軸をとる。電流は z 軸の正方向から見て反時計回りに流れている。円の中心軸上の点に作る磁場の大きさ $B(z)$ を、以下のビオ・サバールの法則を用いて求めよ。

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I ds \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$$

問3. 半径 a の導体球に電荷 Q が与えられ、その周囲は半径 b ($b > a$) まで誘電率 ϵ の誘電体球殻で覆われている。導体内および誘電体球殻内の、電束密度、電場、静電ポテンシャルを求めよ。

6 量子力学

以下の問に答えよ。

問1 1次元井戸型ポテンシャル中を運動する粒子の運動を考える。粒子の質量を m とする。粒子は区間 $0 \leq x \leq L$ に閉じ込められているものとする。波動関数を $\varphi(x)$ とする。

- 1-1) 区間 $0 \leq x \leq L$ におけるシュレディンガー方程式と境界条件を示せ。
- 1-2) 基底状態のエネルギーと規格化された波動関数を求めよ。
- 1-3) 基底状態について、運動量を測定した。どのような値が観測されるかを示せ。また、 x 軸正の向きに進む粒子が観測される確率を示せ。

問2 1次元散乱問題を考える。 $x \rightarrow -\infty$ 側から入射された質量 m 、エネルギー $E = \hbar^2 k^2 / (2m)$ の粒子が、座標原点付近 ($0 \leq x \leq L$) において位置エネルギー $V(x) = V_0(x)$ によって散乱されるものとする。ただし $V_0(x)$ は未知の関数とする。 $x < 0$ および $x > L$ では $V(x) = 0$ とする。

- 2-1) 領域 $x < 0$ および $x > L$ における波動関数を、それぞれ $\varphi_A(x)$ および $\varphi_B(x)$ とする。シュレディンガー方程式の解として、 $\varphi_A(x)$ および $\varphi_B(x)$ はどのように表されるか。
- 2-2) 上の解に対して、散乱問題の境界条件を課す。これによって $\varphi_A(x)$ および $\varphi_B(x)$ はどのように表されるか。
- 2-3) これらの波動関数から、散乱の透過率 (前方散乱確率) T および反射率 (後方散乱確率) R はどのように表されるか。また、 T と R の間に成り立つ関係式を示せ。

ここで $V_0(x)$ が囲う面積を一定にしたまま $L \rightarrow 0$ とすると、デルタ関数を用いて $V(x) = U_0 \delta(x)$ とすることができる。このとき、 $x < 0$ および $x > 0$ では $V(x) = 0$ なので、問2-2) の解 $\varphi_A(x)$ および $\varphi_B(x)$ がここでもそれぞれの領域でそのまま解となる。また、このようなデルタ関数型ポテンシャルによる散乱問題の場合、波動関数の接続条件は $x = 0$ において

$$\varphi_A(0) = \varphi_B(0), \quad \varphi'_A(0) - \varphi'_B(0) = \alpha \varphi_A(0)$$

であることが知られている。ここで $\alpha = 2mU_0/\hbar^2$ である。

- 2-4) これらを用いて、波動関数 φ_A および φ_B を求めよ。(以後、 α をそのまま用いて良い)
- 2-5) このときの散乱の透過率 T および R を求めよ。

7 統計力学

質量 m の粒子 N 個からなる理想気体を考える。気体は $0 \leq x \leq L, 0 \leq y \leq L, h_1 \leq z \leq h_2$ で領域が指定される箱に閉じ込められている。粒子には一様な外力 $\mathbf{f} = (0, 0, -mg)$ が作用しており、温度 T の熱平衡状態にある。以下の問いに答えよ。

問1. 位置 $\mathbf{r} = (x, y, z)$ にある粒子のもつポテンシャルエネルギー $V(x, y, z)$ を求めよ。ただし、エネルギーの基準として $V(x, y, 0) = 0$ とせよ。

問2. この系の分配関数 Z を計算せよ。

ガウス積分の公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-s^2} ds = \sqrt{\pi}$$

を用いてよい。

問3. この系のヘルムホルツ自由エネルギー F を求めよ。

問4. 次の量 p_1, p_2 を計算し、 $\Delta p = p_1 - p_2$ を求めよ。

$$p_1 = \frac{1}{L^2} \left(\frac{\partial F}{\partial h_1} \right), \quad p_2 = -\frac{1}{L^2} \left(\frac{\partial F}{\partial h_2} \right)$$

問5. 問4で計算した量 p_1, p_2 は、物理的にはどのような意味を持つ量であるか述べよ。

問6. 問4で求めた Δp について物理的考察をせよ。

8 物理化学

次の問1～問4の中から2問を選び、答を解答用紙に記入せよ。

問1. 分子分光學に関する以下の設問に答えよ。ただし、必要ならば、以下の定数を用いよ。プランク定数 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$ 、 $\hbar = h/2\pi = 1.05 \times 10^{-34} \text{ J s}$ 、光の速度 $c = 3.00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ 、原子質量単位 $1 \text{ u} = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$ 、アボガドロ定数 $N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ 。また、必要ならば、以下の原子質量を用いよ。 ^1H の質量 1.0 u 、 ^2H の質量 2.0 u 。さらに、必要ならば、 $\sqrt{2} = 1.41$ 、 $\sqrt{3} = 1.73$ 、 $\sqrt{5} = 2.24$ 、 $\sqrt{7} = 2.65$ と、以下の調和振動子の波動関数および数学公式を用いよ。

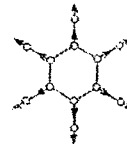
調和振動子の波動関数、ただし、 $\alpha = (k\mu)^{1/2}/\hbar$ で、 k は力の定数、 μ は換算質量

$$\psi_0(x) = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{1/4} e^{-\alpha x^2/2}, \quad \psi_2(x) = \left(\frac{\alpha}{4\pi}\right)^{1/4} (2\alpha x^2 - 1)e^{-\alpha x^2/2}$$

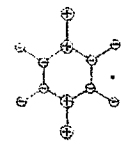
数学公式

$$\int_0^\infty e^{-\alpha x^2} dx = \left(\frac{\pi}{4\alpha}\right)^{1/2}, \quad \int_0^\infty x^{2n} e^{-\alpha x^2} dx = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2^{n+1} \alpha^n} \left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^{1/2} \quad (n \text{は正の整数})$$

- (1) 波長 800 nm の光と波長 400 nm の光を特殊な光学材料(非線形光学結晶という)に入射したところ、それらの光子のエネルギーの和に相当するエネルギーをもつ波長 λ_{THG} の新しい光が発生した。波長 λ_{THG} (単位 nm) を計算せよ。
- (2) $^1\text{H}_2$ ($^1\text{H}-^1\text{H}$) 分子の伸縮振動の波数が 4160 cm^{-1} であるとき、 $^2\text{H}_2$ ($^2\text{H}-^2\text{H}$) 分子の伸縮振動の波数(単位 cm^{-1}) を計算せよ。ただし、2つの分子の力の定数は同じとする。
- (3) 調和振動子の波動関数 $\psi_2(x)$ において、存在確率が0となる変位 x を α を含む式で答えよ。
- (4) 調和振動子の波動関数 $\psi_0(x)$ と $\psi_2(x)$ が直交していることを具体的に示せ。
- (5) ベンゼン(C_6H_6)において、① 環が一様に膨張したり収縮したりする振動モードと、② 環がボートのように折れ曲がる振動モードは、それぞれ、赤外活性かラマン活性か、その理由、つまり、赤外吸収とラマン散乱の“選択律”とともに答えよ。



振動モード ①



振動モード ②

博士前期課程 機能物質創成コース「専門科目」問題用紙 (2021年度9月入学試験)

問2 平衡状態にある熱力学的な系 (例えば物質量 N の気体が封入されたピストンつきシリンダー) の状態は、温度 T と示量変数の組 (具体的には、体積 V と物質量 N) によって定められる。平衡状態を決めれば値が確定する物理量 (状態量) に対しては完全微分が可能であり、その一つである内部エネルギー U の完全微分は

$$dU = T \cdot dS - p \cdot dV \quad \text{①}$$

と書ける。ここで p は圧力、 S はエントロピーである。

- (1) 式①よりエンタルピー H の完全微分を導出せよ。途中の式変形も省略せずに示すこと。
- (2) Gibbs の自由エネルギー G の完全微分を導出せよ。途中の式変形も省略せずに示すこと。
- (3) 次の2つの関係式を導け。途中の式変形も省略せずに示すこと。

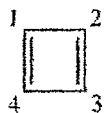
$$S = -\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_p, \quad V = \left(\frac{\partial G}{\partial p}\right)_T$$

- (4) 次の関係式を導け。途中の式変形も省略せずに示すこと。

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = -\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T$$

問3. 以下の設問に答えよ。

シクロブタジエンは全ての炭素原子が sp^2 混成軌道からなり、4個の π 電子をもつ不安定な平面 π 共役分子である。



- (1) 分子軌道を求めるための近似法である LCAO 近似について説明せよ。
- (2) ヒュッケル近似について説明せよ。
- (3) ブタジエンの4つの π 分子軌道と軌道エネルギーをヒュッケル法により求め、その概形を図示せよ。
- (4) ブタジエンの電子基底状態における全スピン量子数とスピン多重度を求めよ。また、そのスピン多重度になる理由を記せ。
- (5) π 電子の非局在化エネルギー (あるいは共鳴エネルギー) を求めよ。
- (6) 全ての炭素-炭素結合間の π 結合次数を求めよ。

博士前期課程 機能物質創成コース「専門科目」問題用紙 (2021 年度 9 月入学試験)

問 4. 次の対になっている語句について、図などを用いて簡潔に説明せよ。

- (a) 触媒と活性化エネルギー
- (b) 素反応と律速段階
- (c) 一次反応・二次反応と半減期
- (d) 反応経路と鞍点
- (e) 衝突断面積と平均自由行程
- (f) ケイ光とリン光

9 無機・分析化学

次の問 1～問 3 の中から 2 問を選び、答を解答用紙に記入せよ。

問 1 以下の設問(1)～(3)に答えよ

(1) 食塩水中の塩化物イオン(式量 35.5)は、フォルハルト法により定量される。食塩水 10 mL (食塩水 A) を分取し、0.10 M の AgNO_3 標準溶液を 15 mL 加えた。過剰の銀イオンを 0.10 M KSCN 標準液によって滴定したところ、終点に達するまで 2.5 mL を要した。食塩水 A 中の塩化物イオンの濃度(g/L) を有効数字 2 桁で計算せよ。

(2) 化合物 A (分子量 100) 1.0 g を水に溶解して 500 mL とした水溶液の吸光度を測定したところ、250 nm の吸光度は 0.10、300 nm の吸光度は 0.050 であった。次に、この A の水溶液 500 mL に、化合物 B (分子量 200) 1.0 g を水に溶解して 500 mL とした水溶液を全量加えて吸光度を測定した。その結果、250 nm の吸光度は 0.40、300 nm の吸光度は 0.10 となった。以下の設問 (ア)、(イ) に答えよ。ただし、A と B は反応しないものとする。また、全ての吸光度測定は光路長 1 cm のセルを用いて行った。

(ア) 0.20 g の化合物 B を水に溶解し、100 mL とした水溶液の吸光度を測定した。250 nm の吸光度を有効数字 2 桁で求めよ。

(イ) A と B の混合物を含む水溶液 X の吸光度を測定したところ、250 nm の吸光度は 0.60、300 nm の吸光度は 0.15 となった。水溶液 X に含まれる A と B の濃度(mol/L)をそれぞれ有効数字 2 桁で求めよ。

(3) 血液の pH は、血中の HPO_4^{2-} と H_2PO_4^- により制御され、ほぼ一定に保たれている。下記の平衡反応の平衡定数を K (mol/L) とする。血液の pH を Y とする時、血液中の各イオンの濃度比 ($[\text{HPO}_4^{2-}]/[\text{H}_2\text{PO}_4^-]$) を K と Y を用いて示せ。ただし、血液の pH には HPO_4^{2-} と H_2PO_4^- 以外の因子は関わらないものとする。



博士前期課程 機能物質創成コース「専門科目」問題用紙 (2021年度9月入学試験)

問2 以下の(1)、(2)、(3)、(4)のすべてに答えなさい。

(1) 窒素の化合物を化学結合状態に注目し、3種類に分類してそれらの特徴を解説せよ。また、金属の窒化物には、窒素の原子価を満たした形のもの、そうでないものがある。分類をするときに、これに関しても解説すること。

(2) ネルンストの式を導出せよ。また、PHメータの構造と原理も解説せよ。

(3) 光触媒の原理に関して解説せよ。光触媒を用いた場合の酸化力はどのように決まるのか、また、酸化チタン光触媒に可視光応答性を持たせるためには、どのようなアプローチが有効であるのか、解説せよ。

(4) X線回折によって結晶の構造解析を行うことができる。その原理を、以下の言葉を用いて解説せよ。

ブラッグの条件 結晶の面間隔 ラウエ関数 結晶構造因子
(ブラッグの条件は作図をして説明すること。)

博士前期課程 機能物質創成コース「専門科目」問題用紙 (2021 年度 9 月入学試験)

問 3 次の問について答えなさい。適宜図を用いてもよい。

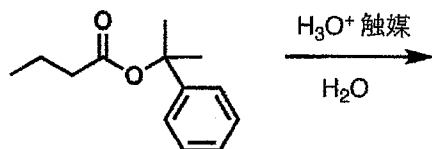
- (1) 白金イオン、アンモニウムイオン、塩化物イオンにより成る錯体を例に、トランス効果について説明しなさい。
- (2) アーヴィング-ウイリアムス系列について説明しなさい。
- (3) コバルト錯体を例に、ウェルナーの配位説について説明しなさい。
- (4) 銅(II)錯体を例に、ヤーンテラー効果について説明しなさい。
- (5) d 族金属錯体の電子遷移は主に 4 種ある。それらについて説明しなさい。

10 有機化学

次の問1, 問2すべてに解答せよ。

問1. 以下の設問(1)～(2)に答えなさい。

(1) 以下に示す反応の反応機構と生成物を示しなさい。

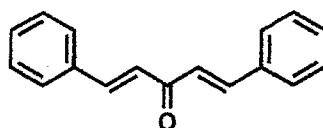


(2) 以下の化合物を与えられた出発物質から合成する方法を示しなさい。各段階で必要となる有機試薬、無機試薬も記載すること。

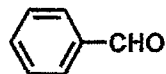
(a)



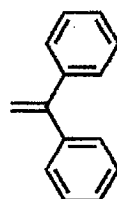
から



(b)



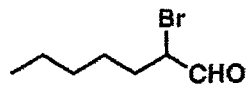
から



(c)



から



(d)



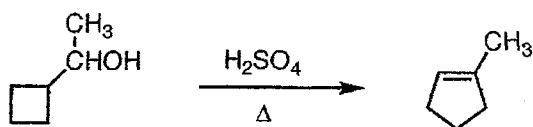
から



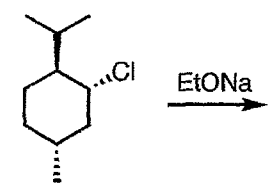
博士前期課程 機能物質創成コース「専門科目」問題用紙 (2021 年度 9 月入学試験)

問2. 以下の設問(1)~(3)に答えなさい。

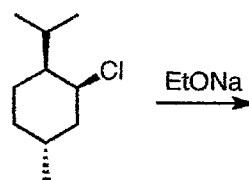
(1) 次に示す反応の機構を示しなさい。



(2) 下に示した塩化メンチルと塩化ネオメンチルのE2反応では、それぞれどのような脱離生成物を与えるか？おのおのの分子をいす形配座で描き，答を説明せよ。

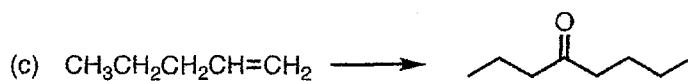
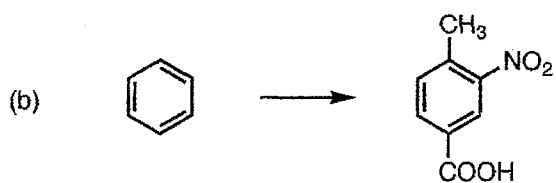


塩化メンチル



塩化ネオメンチル

(3) 次の化合物を与えられた出発物質から合成する方法を示せ。各段階で必要となる有機試薬，無機試薬も記載すること。



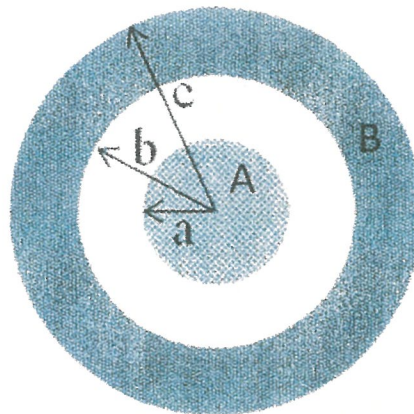
11 電磁気学

(1) ガウスの法則の積分形を書き、その物理的な意味を説明しなさい。

図のように、半径 a の導体球 A を内半径 b 、外半径 c の導体球殻 B で包んだ同心球構造がある。初期状態では導体球 A と導体球殻 B の間の空間、および導体球殻 B の外側の空間は真空であるとして、以下の問いに答えなさい。

(2) 導体球 A に 0 、導体球殻 B に $+Q$ の電荷を与えた場合の導体球 A と導体球殻 B の各電位を求めなさい。

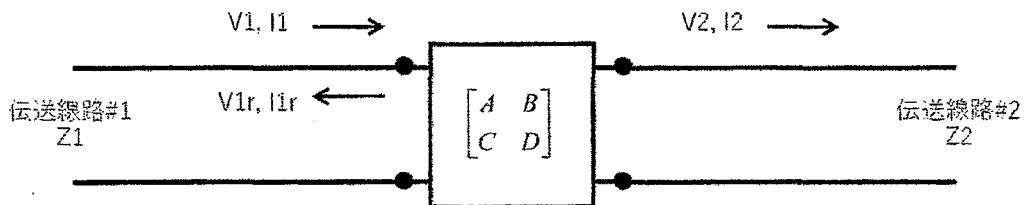
(3) 導体球 A と導体球殻 B で挟まれた空間を誘電率 ϵ の誘電体で満たし、導体球 A に $+Q$ の電荷を与えた。導体球 A と導体球殻 B の各電位、および同心球導体間の静電容量を求めよ。



12 電気回路

特性インピーダンスが Z_1 の伝送線路#1と特性インピーダンスが Z_2 の伝送線路#2の間に、2端子対回路が接続されている(下図参照)。接続されている2端子対回路は縦続行列で表され、そのA, B, C, Dパラメータは与えられているものとする。伝送線路#1からの入射波の電圧・電流が V_1, I_1 のとき、以下の値をA, B, C, Dパラメータと特性インピーダンス Z_1, Z_2 で表せ。

- (1) 反射電圧比 (V_{1r}/V_1)
- (2) 透過電圧比 (V_2/V_1)



13 電波工学

空間を伝搬する平面波について、電界方向と磁界方向を示し、偏波について分類せよ。

14 情報・通信工学

実数の列 $x_n (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ が与えられた時, 対応する $x(t)$ として

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n h(t - n\pi)$$
$$h(t) = \frac{\sin(t)}{t}$$

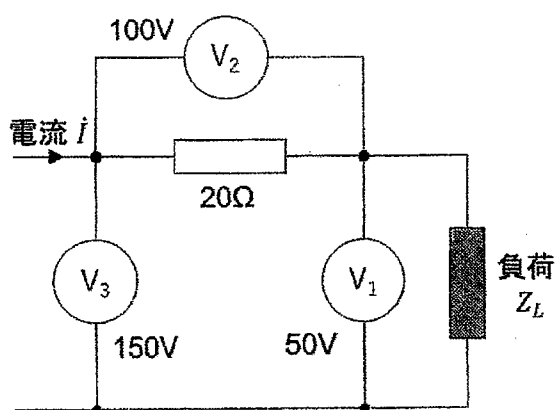
を考える.

この時, 以下の問に答えよ.

1. $h(t)$ を図示せよ.
2. $x_0 = 1, x_1 = 1, x_{-1} = 0, x_{\pm 2} = 0, x_{\pm 3} = 0, \dots$ の時, 対応する $x(t)$ を図示せよ.

15 電気電子計測

下図のように、負荷 Z_L に抵抗と三つの交流電圧計 V_1 , V_2 , V_3 を接続し、交流電流を流したところ、三つの電圧計はそれぞれ 50V, 100V, 150V を指示した。負荷の消費電力および力率を求めよ。



16 電子回路

NMOS-FET のピンチオフについて図面または式を用いて説明し、さらにピンチオフが生じた時のドレイン電流（飽和領域のドレイン電流）が非飽和領域（三極管領域）のドレイン電流からどのように変化するかを図面または式を用いて説明しなさい。

17 制御工学

つぎの連立微分方程式で記述される制御システムを考える。ここで、 $x_i(t)$, $i = 1, 2, 3$ は状態変数、 $u(t)$ は制御入力、 $y(t)$ は出力である。また、 $\dot{x}_i(t)$, $i = 1, 2, 3$ は $x_i(t)$ の時間微分を表している。なお、初期条件は $x_1(t) = 0, x_2(t) = 0, x_3(t) = 1$ である。

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= 2x_1(t) + 3x_3(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_2(t) + 2x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) &= x_2(t) - u(t) \\ y(t) &= x_1(t) + 2x_2(t)\end{aligned}$$

1. このシステムの状態空間表現を求めよ。なお、 $x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$ を定義し、これを用いて答えよ。
2. $u(t) = 0$ の場合のシステムの安定性を議論せよ。
3. このシステムの可制御性を議論せよ。
4. このシステムの入力 $u(t)$ から出力 $y(t)$ までの伝達関数を求めよ。

このシステムが不安定の場合、もしくは漸近安定であったとしてもさらなる安定性向上のために、状態フィードバック制御則を設計したい。一例をあげて、そのような状態フィードバック則の設計法を具体的に示せ。

18

パワーエレクトロニクス

図1に示すバックコンバータにおいて電源電圧 $E=10\text{ V}$, 負荷抵抗 $R=2.5\ \Omega$, コイルのインダクタ $L=2\text{ mH}$ である時, 以下の問いに答えなさい。

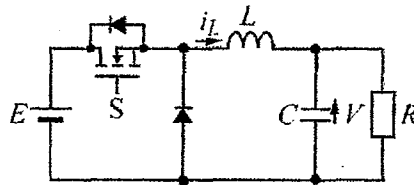


図1

問1. 初期値 $V=0\text{ V}$, $i_L=0\text{ A}$ の下, 時間 $t=0\ \mu\text{s}$ から図2のようにスイッチングを開始した。 L に流れる電流 i_L を $40\ \mu\text{s}$ まで図示するとともに, $10\ \mu\text{s}$ 毎に値を明示すること。ただし C は十分大きいので, 電圧 V の変動は無視できるとする。

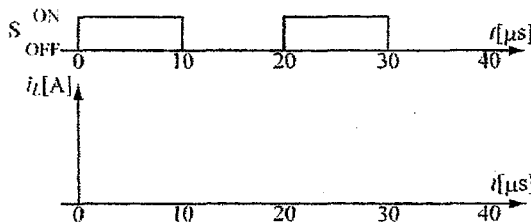


図2

問2. 図2のスイッチングによる回路の動作が定常状態となった時, 電圧 V の平均値を求めよ。さらにこの定常時の電流 i_L の最大値と最小値そして平均値を求めよ。ただし V は平均値に固定されているとする。